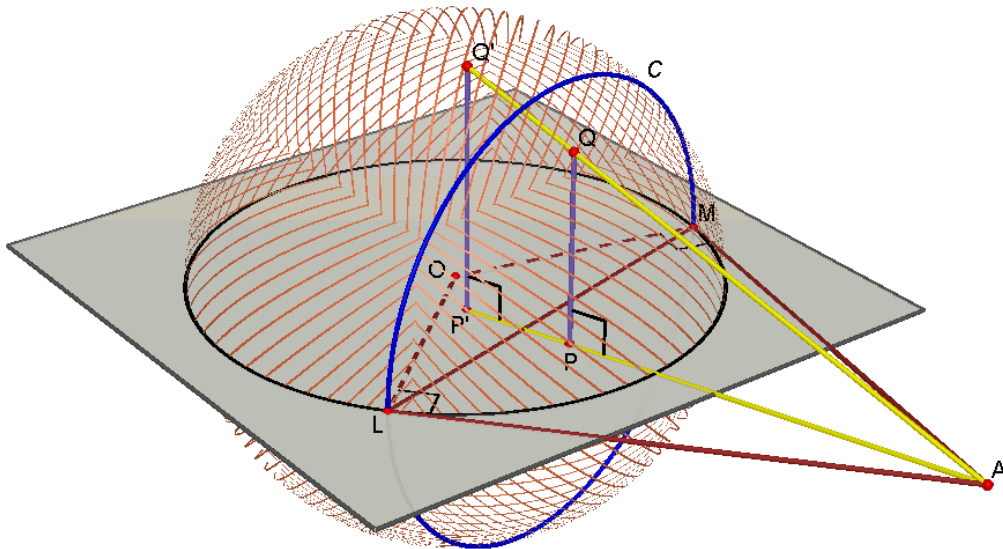


2. クラインモデルの鏡像変換，基本図形の作図

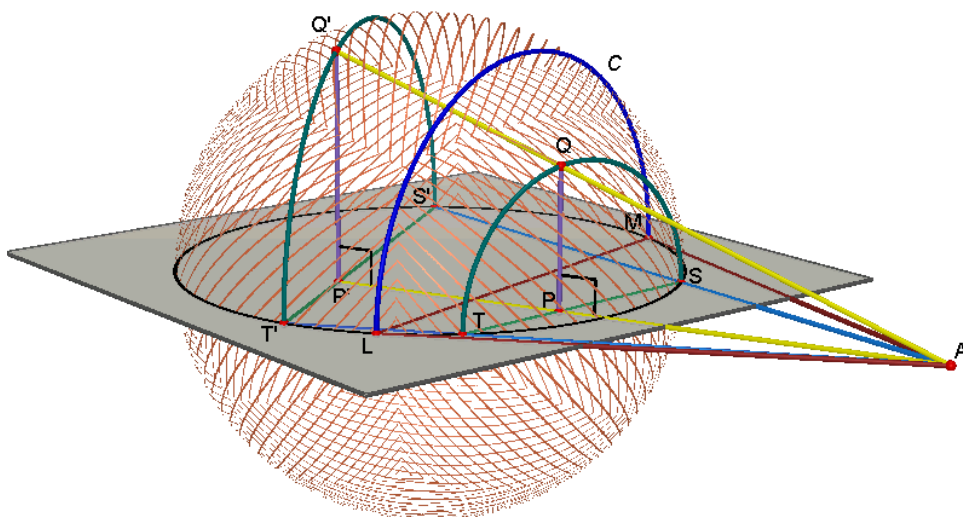
2-1. 半球面を利用した鏡像変換の作図



半球面モデル上の任意の点を Q ，を直線 LM に関して対称移動した点を Q' ， L と M に於ける単位円の2接線の交点を A とすると，「半直線 AQ と上半球面の交点が Q' 」となります。
(半球面モデル [4-2](#)) Q, Q' に対応するクラインモデル上の点を P, P' とすると，クラインモデル上で 双曲的直線 LM に関し P と P' は対称と定めます。

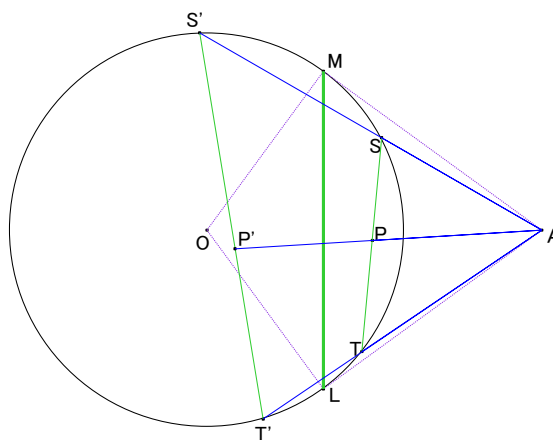
2-2. 射影を利用した鏡像変換の作図

「半球面を使わずに」 双曲的直線 ML に関する P の鏡像を作図することができます.



クラインモデル上で、「 P を通る任意の弦 ST を引き、半直線 AS , AT と単位円の交点をそれぞれ S' , T' 、さらに線分 $S'T'$ と半直線 AP の交点を P' とします.

任意の S, T に対し、 S', T' は双曲的直線 LM に関する鏡像になります. 故に、双曲的直線 ST の LM に関する鏡像は、線分 $S'T'$ です. よって P' は P の LM に関する鏡像です.



この作図は、半球を必要としません. さらに S, T を動かしても P' は動きません.

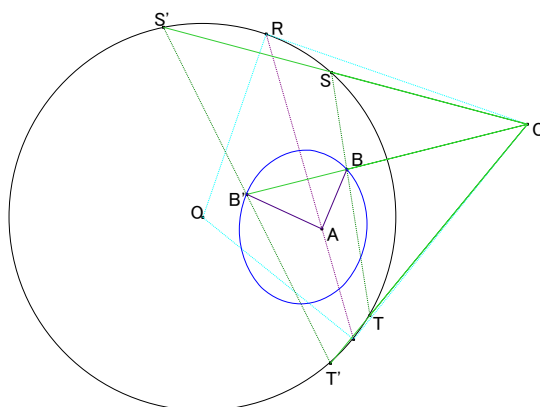
2-2-1. Cabri による検証

S を Drag して下さい. 線分 ST が動いても、 P' は動きません.

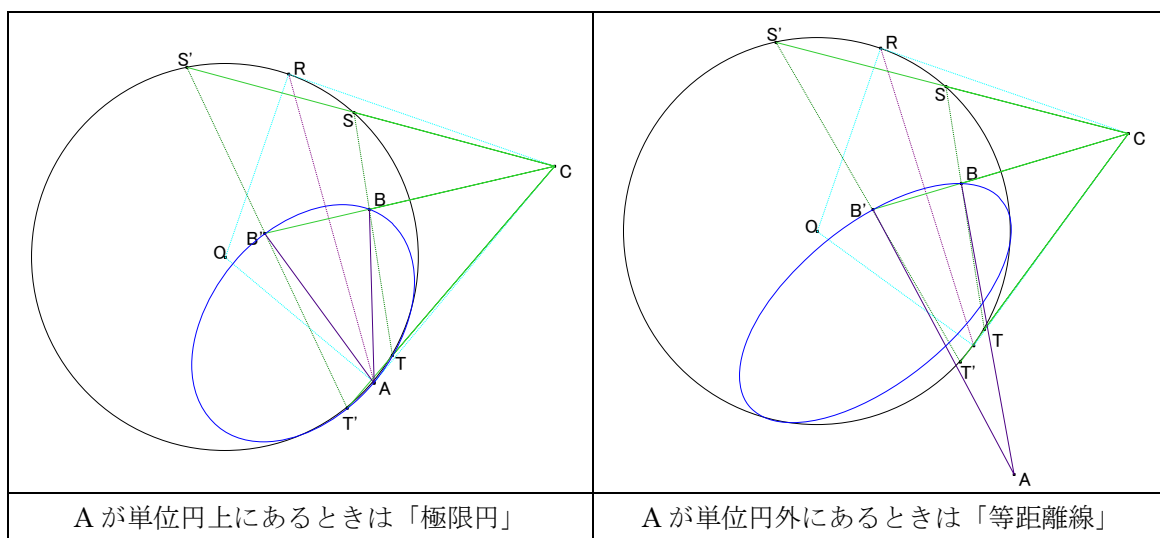
mirror&projection.html

2-3. 基本図形（双曲的円，極限円，等距離線）の作図

「点 A が中心，1 点 B を通る双曲的円」を **鏡像変換(2-2)** を利用して作図してみます．単位円 K 上に動点 R をとり，双曲的直線 AR の極点(2 接線の交点)を C，さらに B を通る適当な双曲的直線 ST をとり，半直線 CS,CT と単位円の交点を S',T',半直線 CB と線分 S'T' の交点を B' とします．双曲的直線 AR に関する対称移動を f とすると， f によって A は動かず，B は B' へ移ります．故に $[A,B]=[A,B']$ ($[A,B]$ は双曲的線分 AB の長さとして) よって R が K 上を一周すると，B' の軌跡は「A が中心で B を通る双曲的円」となります．



また，同じ作図で A が単位円上にあれば B' の軌跡は「極限円」，A が単位円の外側にあれば「等距離線」となります．(証明は「射影クラインモデル 2-2」)



2-3-1. Cabri II による検証.

点 R を Drag してみてください．B' が双曲的円上を動きます．また，点 A や B を Drag すると「極限円」や「等距離線」に変化します．

[how to draw circles.html](http://www.geogebra.org/m/how_to_draw_circles.html)