4．平行，超平行

4.1. 平行，超平行の定義

L と M は双曲的直線とします．「一致」，「交わる」の定義は，ユークリッド平面と同じです．更に，

L と M が 平行 とは，　「無限遠点を共有するか　または，ともに実軸に平行」，
L と M が 超平行 とは，　「共有点がない（無限遠点さえ共有しない）」

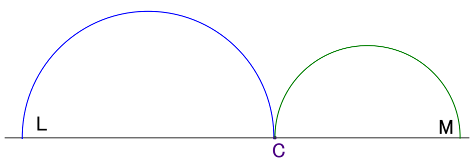
とします．さらに「上半平面は，上方遥かかなた($y \to \infty$ ）に 無限遠点を一個もつ」とし「実軸に平行な直線は，この無限遠点を共有する」と定めると，平行の定義は，次のように簡略化できます．

L と M が平行　⇔　「無限遠点を一個共有する」

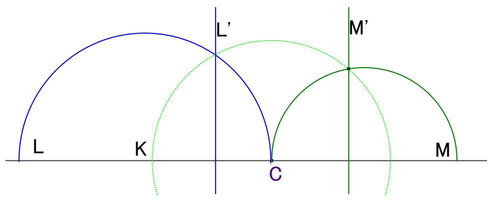
ユークリッド平面と違い，異なる２直線が無限遠点を２個共有することはできません．

4.2. 平行線の例

例１の２直線 L,M は無限遠点 C を共有するので 平行 です．そして C が中心の円 K に関する鏡像によって，L, M は実軸に平行な直線 L' , M' へ移り， L' と M' も平行となります．(例 2) すなわち「互いに平行な２直線は 双曲的移動によっても平行」です．



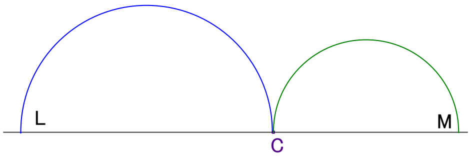
[例 1]　L と M は無限遠点 C を共有し平行



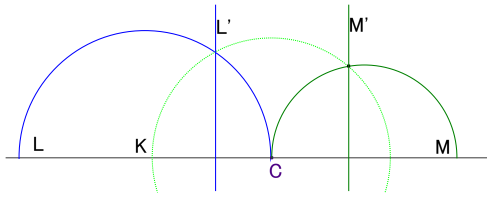
[例 2] L と M は虚軸上方で，無限遠点「∞」を共有し平行

4.3. 平行線の性質

4.3.1 一方の向きに進むと限りなく近づくが，他方の向きには限りなく離れる



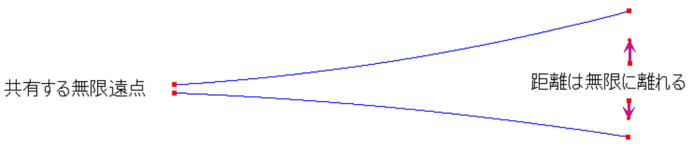
[例 1]　L と M は無限遠点 C を共有し平行



[例 2] L と M は虚軸上方で，無限遠点「∞」を共有し平行

「$ds = \dfrac{|dz|}{y}$」(1-1) なので，右上図では「$y \to \infty$」の時，L' と M' の距離は限りなく近づきます．逆に「$y \to 0$」の時は，L' と M' は限りなく離れます．同様に，左上図で，L と M は無限遠点 C の方向に進めば限りなく近づきますが，反対向きに進むと限りなく離れます．即ち，

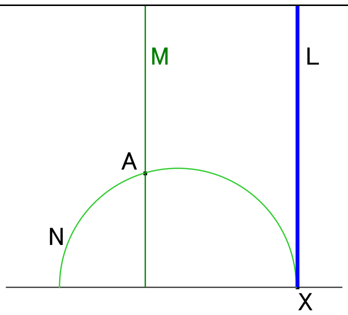
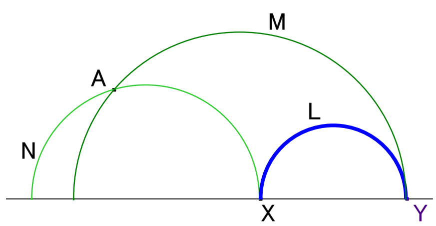
平行な２直線は，平行の向きに進むと限りなく近づくが，他方の向きには限りなく離れます



【注】上の図は「イメージ図」です．

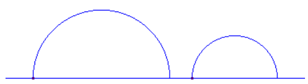
4.3.2. 双曲的直線 L に対し， L 外の１点 A を通り L と平行な双曲的直線は ２本引けます．

下図で，A を通り L に平行な直線は，共に N と M です．常に，ちょうど２本引けます．

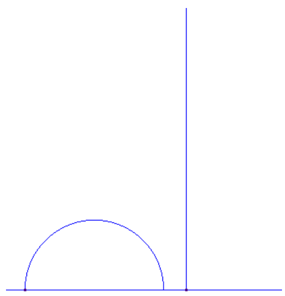
	
L が実軸に平行な直線（無限遠点は X と「∞」）のとき	L が実軸に中心を持つ円（無限遠点は X と Y）のとき

4.4. 超平行

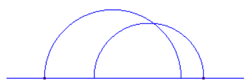
左下図，中央下図の２直線は超平行です．また右下図の 2 直線は交わっています．「超平行線の一方の端をだんだん近づけて行って，交わる直前の状態 が平行」 です．ユークリッド平面では，「交わらない＝平行」で，適当に２本の直線を引くと，（無限に伸ばせば）普通は交わります．しかし， H^+ では，適当に２本の直線を引き，無限に伸ばしても交わらない のは「ごく当たり前」です．



超平行



超平行



交わる

4.5　CabriⅡによる検証（平行，超並行，交わる）

A,B,C と P を動かして，「平行」,「超平行」,「交わる」の３つを確認してみてください．(pop up が変化します．)　[parallel&superparallel.html]