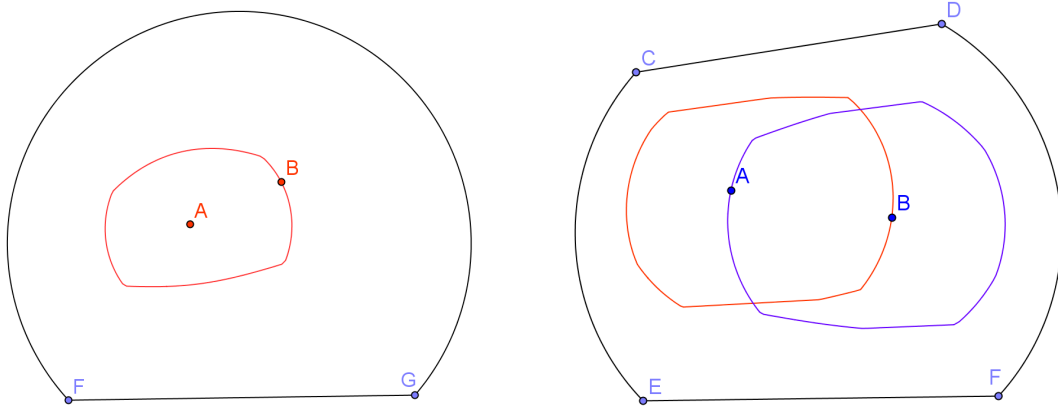


2. H内の円

2-1. 円の定義

定点 A からの距離 $dis_H(A, P)$ が等しい点 P の軌跡を「 A を中心とする H 内の円」とします. 簡単のため 以後は 円 と書きます. 円は 凸領域になります.

図で赤い曲線は「 A が中心で B を通る円」, 青い曲線は「 B が中心で A を通る円」です. ともに 境界 K は円を線分で切った境域です.

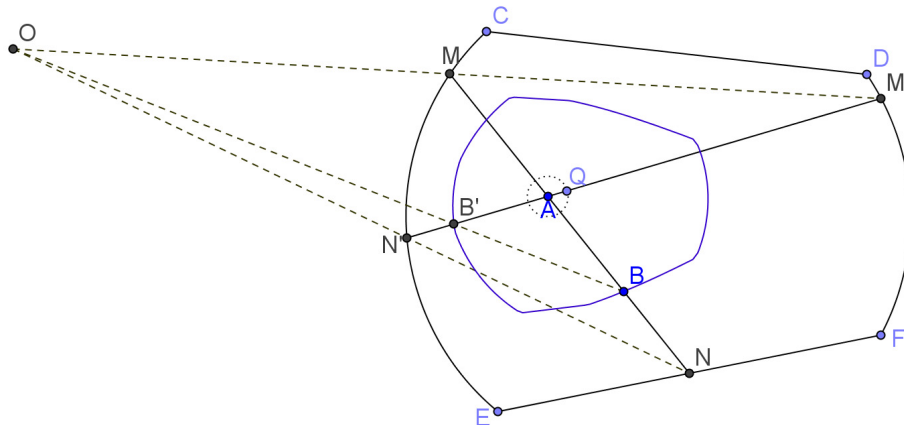


[circle1.ggb](#), [circle2.ggb](#), [2circles.ggb](#)

2-2. 円の作図

「A が中心で B を通る円」は 下図のように作図できます. 即ち,

1. A を中心とするユークリッド的円を作り その上に動点 Q をとる.
2. 直線 AB と境界 K の交点を M,N, 直線 AQ と K の交点を N',M' とし, 直線 NN' と直線 MM' の交点を O とする. 直線 OB と直線 AQ の交点を B' とすると, 射影により複比は保存されるので, $disH(A,B') = disH(A,B)$
3. Q を動かした時の 点 B' の軌跡が, 求める円となります.



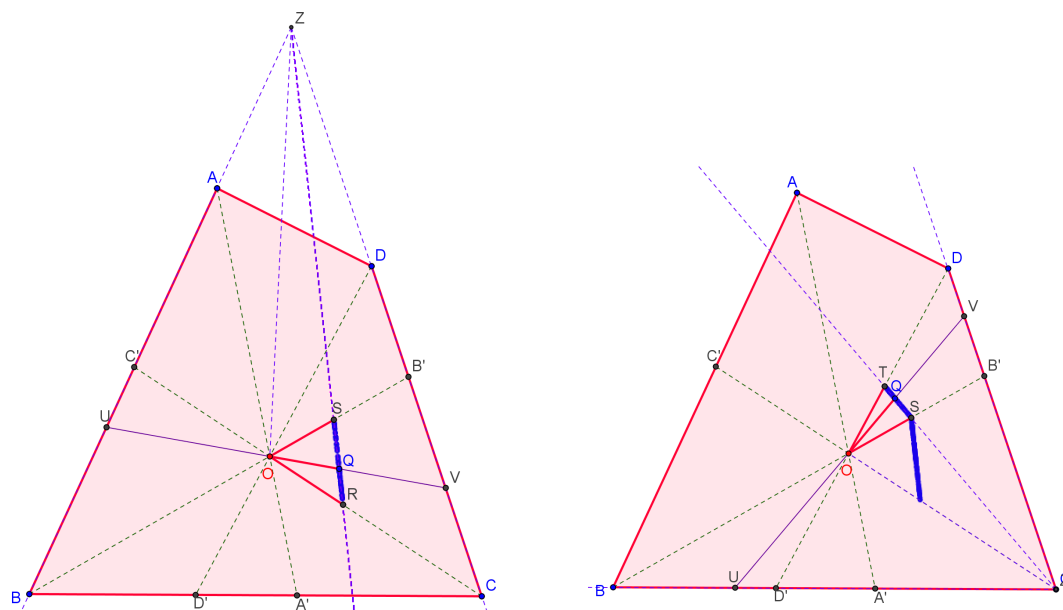
[construction of circle.ggb](#)

2-3. H の境界が多角形の時の円

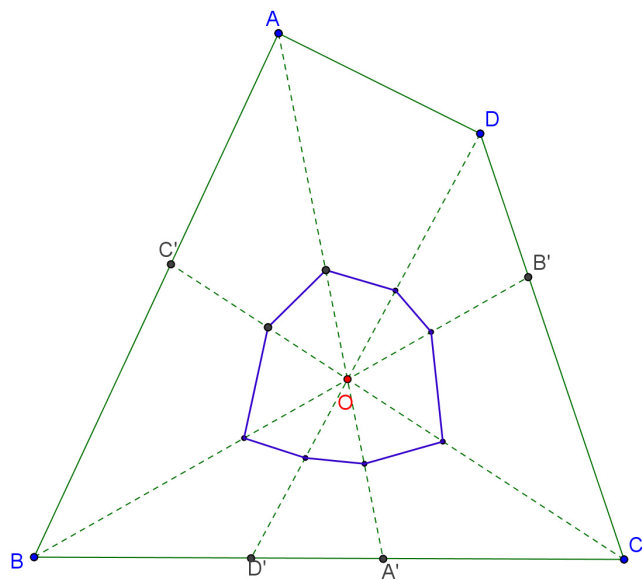
H が多角形の時, H 内に 2 点 O, S があり, 直線 OS が C, C' で境界 K と交わるとします.
 C, C' の載っている边上に図のように U と V をとり, 2 辺を延長した交点を Z, 「Z から直線 UV への射影」による S の像を Q とすると, $disH(O, Q) = disH(O, S)$
 これは {U, V} と {C, C'} が同じ边上にある時のみ成り立ち, 左下図で線分 RS は円周の一部となります. 次に 線分 OS を点 C からの射影で移す . . . と続けていくと, 一般に,

H が n 角形のとき, H 内の円は $2n$ 角形

となります. もちろん頂点が重なって それより頂点の数が少ないこともあります. しかし, 常に凸多角形となります. (「 n 角形」はユークリッドの意味で使っています.)



下図で，青色の曲線が 境界が 4 角形 $ABCD$ の時の 円 です． 8 角形となっています．
直線 OA,OB,OC,OD 上に「円の頂点」が 2 個ずつできます．



Geogebra による検証

[circle in polygon.ggb](#)