［問Ⅰ-1］ $f_1(x)=\pi\sin x$ とし， $n=2,3,4\cdots$ に対して， $f_n(x)=f_1(f_{n-1}(x))$ で関数の列 $f_2(x), f_3(x), f_4(x),\cdots$ を定める．このとき，区間 $0<x<\pi$ において $f_n(x)$ が極値をとるような x の個数を n で表せ.

［問Ⅰ-2］漸化式 $c_{n+1}=8c_n-7\ (n=1,2,3,\cdots)$ を満たす数列 $c_1,c_2,c_3\cdots$ を考える．数列 $c_1,c_2,c_3\cdots$ に素数がただ 1 つだけ現れるような正の整数 c_1 を 2 つ求めよ.

［問Ⅱ-1］自然数 n に対し，第 1 象限において 不等式

$$nx\geq y\geq x^n+\frac{1}{2}x^{n-1}+\frac{1}{3}x^{n-2}+\cdots+\frac{1}{n}x+\frac{1}{n+1}$$

の表す領域の面積を $S(n)$ とする．極限値 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}S(n)$ を求めよ.

［問Ⅱ-2］半径 R の定円 C がある．半径 r の円板 D が，円 C に外接しながら一定の速さですべることなく転がっている．円板 D の周上の一点を P とするとき， P の速度ベクトルが $\vec{0}$ となる場所が有限個であるための必要十分条件を求めよ.