$\boxed{10}$ **【解答】**③ まで同じ。AC=a だから、③ より

$$\sqrt{25+24\cos\theta} \geqq a \iff \cos\theta \geqq \frac{a^2-25}{24}$$

$1<a<7$ の時、$-1<\dfrac{a^2-25}{24}<1$ だから、

$$0^\circ < \theta \leqq \theta_0 < 180^\circ \left(\text{ただし、}\cos\theta_0 = \frac{a^2-25}{24}\right) \qquad \cdots ④$$

逆に、$4\sin\theta_0>0$ だから、$-90^\circ<\phi<90^\circ$ となり $\alpha+\phi=90^\circ$ をみたす α は存在する。

ゆえに、θ の最大値は

$$\theta=\theta_0$$

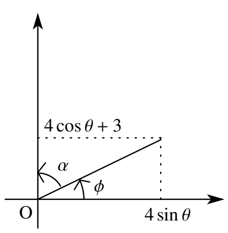
このとき、$\cos\alpha=\cos(90^\circ-\phi)=\sin\phi=\dfrac{4\cos\theta_0+3}{\sqrt{25+24\cos\theta_0}}=\dfrac{a^2-7}{6a}$ となるから、

$$BC^2=3^2+a^2-2\cdot3\cdot a\cdot\frac{a^2-7}{6a}=16$$

$$\therefore \begin{cases} BC=4 \\ CD=3 \end{cases} \qquad \cdots(\text{答})$$

また、∠BAD が最大のとき

$$\cos\angle\mathrm{BAD}=\frac{a^2-25}{24} \qquad \cdots(\text{答})$$



Comment

$$\begin{cases} a \geqq 7 \text{ ならば、} \quad \text{四角形はできない。} \\ 0<a\leqq1 \text{ ならば、} \sup(\angle\mathrm{BAC}+\angle\mathrm{CAD})=180^\circ+\cos^{-1}\left(\dfrac{a+3}{4}\right) \quad (BC\to3+a \text{ の時}) \\ (0<a<1 \text{ の時は、四角形 } ABCD \text{ は凹四角形}) \end{cases}$$

すなわち、$1<a<7$ の時のみ、∠BAD が最大 $\iff BC=4, CD=3$ が成り立つ。