$\boxed{18}$ **【解答】** $(*)$ の解を x_1, x_2, x_3 とおくと、解と係数の関係より

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3\sqrt{3}$$

よって、正三角形の重心をA (α) とすると

$$\alpha = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \sqrt{3}$$

ここで,α が原点にくるように三角形を平行移動したとき、その頂点を表す複素数は

$$y_1 = x_1 - \sqrt{3},\ y_2 = x_2 - \sqrt{3},\ y_2 = x_2 - \sqrt{3}$$

ゆえに

$$x_1 = y_1 + \sqrt{3},\ x_2 = y_2 + \sqrt{3},\ x_3 = y_3 + \sqrt{3}$$

よって $y_1 + \sqrt{3},\ y_2 + \sqrt{3},\ y_3 + \sqrt{3}$ は $(*)$ の解となるので, $y_1,\ y_2,\ y_3$ を解に持つ方程式は

$$(y + \sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3}(y + \sqrt{3})^2 + a(y + \sqrt{3}) - 6\sqrt{3} = 0$$
$$\iff y^3 + (a - 9)y + (a - 12)\sqrt{3} = 0 \qquad \cdots ①$$

$y_1,\ y_2,\ y_3$ は、O中心の正三角形をつくるから、① は $y^3 = k$ (k は定数) の形の方程式になるはず。よって

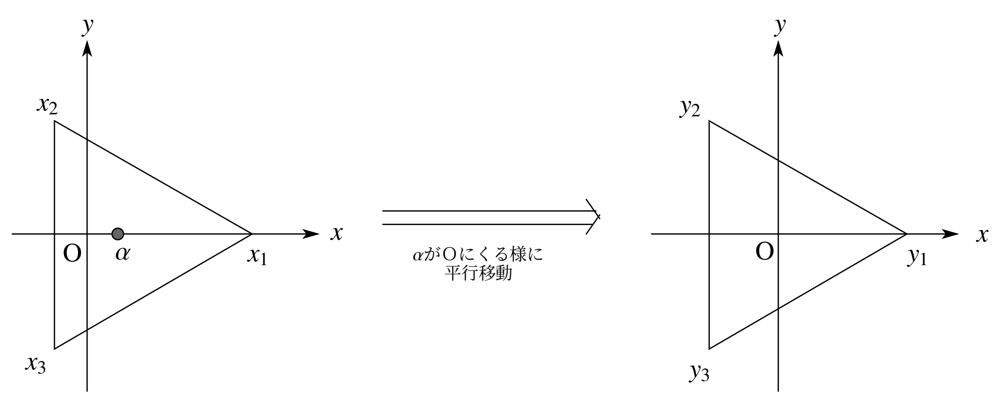
$$a - 9 = 0 \qquad \therefore a = 9 \qquad \cdots(答)$$

① へ代入して

$$y^3 = 3\sqrt{3} \iff y = \sqrt{3},\ \sqrt{3}\omega,\ \sqrt{3}\omega^2$$

ゆえに、$(*)$ の解は

$$2\sqrt{3},\ \frac{\sqrt{3} \pm 3i}{2} \qquad \cdots(答)$$



【類題】 の解答

$$a = 3,\ x = -3,\ \pm\sqrt{3}i \qquad \cdots(答)$$