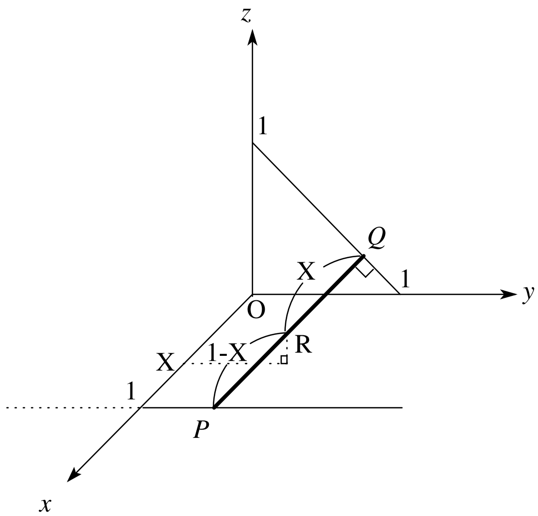
$\boxed{7}$ **【解答】**




P,Q の座標はそれぞれ、

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ゆえに

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \overrightarrow{\mathrm{OQ}} - \overrightarrow{\mathrm{OP}} = \begin{pmatrix} -1 \\ s-t \\ 1-s \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \perp m$ より

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 2s - t - 1 = 0$$

$$\therefore\ t = 2s - 1 \qquad \cdots ①$$

次に線分ＰＱ上で $x$ 座標が $X$ の点をＲとすると、Ｒは直線ＰＱを $X : (1-X)$ に内分する点だから

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = (1-X)\overrightarrow{\mathrm{OQ}} + X\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \begin{pmatrix} X \\ X(t-s)+s \\ (X-1)(s-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ X(s-1)+s \\ (X-1)(s-1) \end{pmatrix} \qquad \cdots ②$$

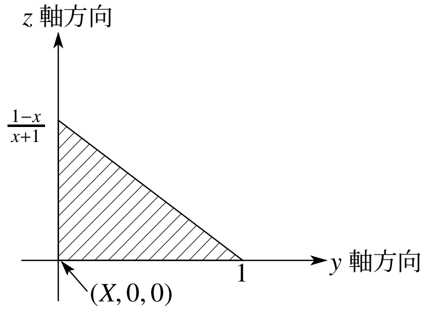
② よりＲの $y, z$ 成分はそれぞれ、

$$\begin{cases} y &= X(s-1)+s \\ z &= (X-1)(s-1) \end{cases}$$

これから $s$ を消去すると

$$z = \frac{1-X}{X+1} \cdot (1-y)$$

従って、Ｋの平面 $x = X$ による断面は図のようになる。




よってEの体積Vは

$$\begin{aligned}
\mathrm{V} &= \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{1-x}{x+1}dx \\
&= \frac{1}{2}\int_0^1 \left(\frac{2}{x+1} - 1\right)dx \\
&= \frac{1}{2}\Big[2\log(x+1) - x\Big]_0^1 \\
&= \log 2 - \frac{1}{2} \qquad \cdots(答)
\end{aligned}$$

***Comment***

Kの概形は図のようになる。