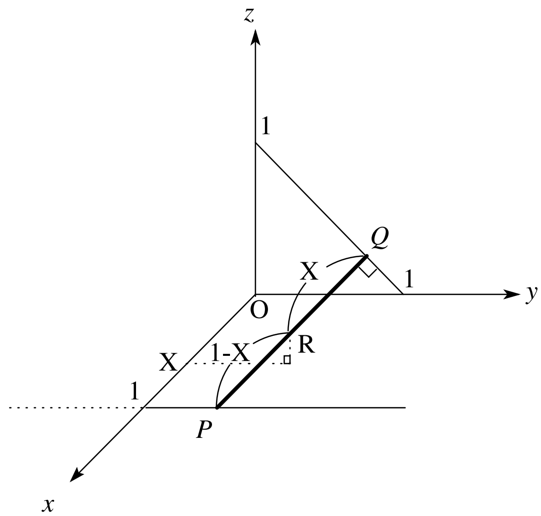
$\boxed{8}$ **【解答】**



P,Q の座標はそれぞれ、

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \begin{pmatrix} 1 \\ s \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ t^2 \end{pmatrix}$$

次に線分ＰＱ上で x 座標が X の点をＲとすると、Ｒは直線ＰＱを $X : (1-X)$ に内分する点だから

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = (1-X)\overrightarrow{\mathrm{OQ}} + X\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$
$$= \begin{pmatrix} X \\ t(1-X) + sX \\ t^2(1-X) \end{pmatrix}$$

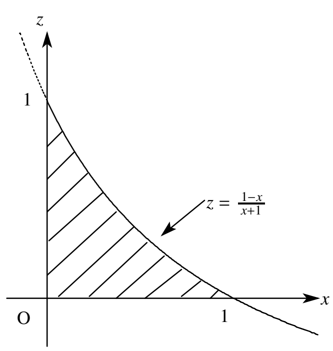
ゆえに、Ｒの y, z 成分はそれぞれ、

$$\begin{cases} y &= t(1-X) + sX \\ z &= t^2(1-X) \end{cases}$$

これから $0 \leqq t \leqq 1$ を考慮しながら t を消去すると

$$y = \sqrt{1-X} \cdot \sqrt{z} + sX \ (0 \leqq z \leqq 1-X) \qquad \cdots ①$$

ここで s を $0 \leqq s \leqq 1$ の範囲で動かすと、平面 $x = X$ 上で曲線 ① の通過する領域は、曲線；$y = \sqrt{1-X} \cdot \sqrt{z}$ $(0 \leqq z \leqq 1-X)$ を y 軸方向に X 平行移動した時の通過領域となるので、Ｋの平面 $x = X$ による断面は図のようになる。



図より，平面 $x = X$ による断面積Ｓは

$$\mathrm{S} = \int_0^{1-X} \left\{(\sqrt{1-X} \cdot \sqrt{z} + X) - (\sqrt{1-X} \cdot \sqrt{z})\right\} dz$$
$$= \int_0^{1-X} X dz = X(1-X)$$

よってＥの体積Ｖは

$$\mathrm{V} = \int_0^1 x(1-x)dx = \frac{1}{6} \qquad \cdots(答)$$

【参考】Maple によるKの概形