

(1) $\alpha \leq x \leq \beta$ において $f''(x) > 0$ のとき、 $y = f(x)$ 上の点 $P(t, f(t))$ における法線上に $PQ = r$ (r は定数) となる点 Q を $y = f(x)$ の下側にとる。点 P が $\alpha \leq x \leq \beta$ の範囲を動くとき、線分 PQ の通過する領域の面積を S 、点 $P(t, f(t))$ における接線と x 軸正方向となす角を $\theta(t)$ とすると

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} r \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx + \frac{r^2}{2} (\theta(\beta) - \theta(\alpha)) \quad \cdots (*)$$

と表されることを示せ。

(2) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\alpha = 0$, $\beta = \log(1 + \sqrt{2})$, $r = 1$ のとき S を求めよ。

